О вкладе в тензор энергии–импульса вещества его собственного гравитационного поля

Ю.М. Лоскутов

Физический факультет

Московского государственного университета им. М.В. Ломоносова

Аннотация

Показано, что без учета в тензоре энергии-имульса вещества вклада от его собственного гравитационного поля полная энергия системы двух (и более) нерелятивистских тел, определяемая уравнениями Гильберта–Эйнштейна, содержит не энергию их ньютоновского притяжения, как должно быть, а энергию их гравитационного отталкивания. Если этот вклад (определенный ковариантным образом) учесть, то противоречий с ньютоновской формулировкой задачи двух (и более) тел не возникает. Приведены некоторые, вызванные этим вкладом, следствия; одно из них — появление уравнения равновесия внешнего поля.

Обычно при исследовании динамики тел в гравитационном поле массивного источника, например динамики планет в поле Солнца, прибегают к уравнению

$$g^{\varepsilon\lambda}p_\varepsilon p_\lambda = m^2 \ , \tag{1}$$

где m — масса покоя тела, p_ε — его ковариантный 4–импульс, а $g^{\varepsilon\lambda}$ — тензор, дуальный метрическому тензору $g_{\varepsilon\lambda}$ риманова пространства. При этом m считается заданной, а метрический тензор $g_{\varepsilon\lambda}$ должен быть найден решением уравнений Гильберта–Эйнштейна

$$\tilde{R}^{\varepsilon\lambda} - \frac{1}{2}g^{\varepsilon\lambda}\tilde{R} = 8\pi T^{\varepsilon\lambda} \tag{2}$$

при наложенном условии гармоничности

$$\partial_\varepsilon \tilde{g}^{\varepsilon\lambda} = 0 \ . \tag{3}$$

Система (2), (3) записана в галилеевых координатах: $x^0 = t$, $(x^1)^2 + (x^2)^2 + (x^3)^2 = r^2$. В ней $\tilde{R}^{\varepsilon\lambda} \equiv \sqrt{-g}\tilde{R}^{\varepsilon\lambda}$ является плотностью тензора Риччи, $\tilde{R} \equiv \tilde{R}^{\varepsilon\lambda}g_{\varepsilon\lambda}$, $\tilde{g}^{\varepsilon\lambda} \equiv \sqrt{-g}g^{\varepsilon\lambda}$, $g \equiv \det \| g_{\varepsilon\lambda} \| = \det \| \tilde{g}^{\varepsilon\lambda} \|$, а $T^{\varepsilon\lambda}$ есть плотность тензора энергии–импульса источника. Как видно, при таком подходе метрика $g_{\varepsilon\lambda}$ в любой точке риманова пространства (в том числе и вблизи тела m) будет определяться только величинами $T^{\varepsilon\lambda}$ источника, т.е. тело m в такой постановке задачи рассматривается как пробное, а источник считается неподвижным.

Плотность $T^{\varepsilon\lambda}$ принято аппроксимировать выражением:[1]

$$T^{\varepsilon\lambda} \equiv \sqrt{-g}\left[(\rho+p)u^{\varepsilon}u^{\lambda} - pg^{\varepsilon\lambda}\right], \tag{4}$$

в котором ρ связывают с плотностью энергии вещества, p — с давлением, а $u^{\varepsilon} \equiv dx^{\varepsilon}/ds$ — с 4– скоростями энергообразующих элементов материи ($u^{\varepsilon}u^{\lambda}g_{\varepsilon\lambda} = 1$) . Так как $T^{\varepsilon\lambda}$ удовлетворяет уравнению

$$\nabla_{\varepsilon}T^{\varepsilon\lambda} = 0 \ , \tag{5}$$

где ∇_{ε} — ковариантная производная в метрике $g_{\varepsilon\lambda}$, то величины p и ρ оказываются связанными некоторым дифференциальным уравнением; в случае уединенного статического источника выполнение этого уравнения обеспечивает его равновесное состояние.

Из всего сказанного выше следует, что метрика $g_{\varepsilon\lambda}$ будет существенно зависеть от структуры ρ и, в частности, от того, будет ли ρ вне тела равным нулю или же отличным от нуля. Этот вопрос является исключительно важным, так как при том или ином ответе на него будет получаться та или иная метрика. По существу этот вопрос сводится к вопросу о том, содержит ли ρ вклад от связаного гравитационного поля вещества источника (обеспечивающего его собственное гравитационное взаимодействие) и, если содержит, то будет ли этот вклад отличным от нуля только внутри тела, или же и вне его; или же этого вклада нет, а ρ целиком и полностью обязано веществу как таковому.

Наряду с этим встает вопрос и о правомерности уравнения (1), так как в нем тело m считается пробным. В действительности движение тела m вызовет ответное движение источника, а тем самым изменит и метрику $g_{\varepsilon\lambda}$ неподвижного источника. Т.е. в строгой постановке должна рассматриваться самосогласованная задача двух тел и только по ее решению следует судить о том, допустимо ли (и с какой точностью) рассматривать тело m как пробное.

Ответы на эти впросы можно найти, опираясь лишь на общие уравнения (2), (3), полагая в них плотность $T^{\varepsilon\lambda}$ полной плотностью тензора энергии–импульса системы двух (или более) тел и соответственно метрику $g_{\varepsilon\lambda}$ — объединенной метрикой всей системы. Их анализ существенно упростится, если тождественными преобразованиями (2) и (3) привести (см. [1, 2]) к виду:

$$\gamma^{\alpha\beta}D_{\alpha}D_{\beta}\tilde{\Phi}^{\varepsilon\lambda} = 16\pi t^{\varepsilon\lambda} \ , \tag{6}$$

$$D_{\varepsilon}\tilde{\Phi}^{\varepsilon\lambda} = 0 \ . \tag{7}$$

Здесь от галилеевых координат, соответствующих в пространстве Минковского выбору диагональной метрики $\gamma_{\varepsilon\varepsilon} = (1, -1, -1, -1)$, сделан (см. [2]) переход к произвольным координатам x^{ε} пространства Минковского с метрикой $\gamma_{\varepsilon\lambda}(x)$, $\tilde{\Phi}^{\varepsilon\lambda} \equiv \sqrt{-\gamma}\Phi^{\varepsilon\lambda} \equiv \tilde{g}^{\varepsilon\lambda} - \tilde{\gamma}^{\varepsilon\lambda}$,

[1] Выбрана система единиц, в которой $c = h = G = 1$.

$\tilde{\gamma}^{\varepsilon\lambda} \equiv \sqrt{-\gamma}\gamma^{\varepsilon\lambda}$, D_α — ковариантная производная в метрике $\gamma_{\varepsilon\lambda}$, а

$$\begin{aligned}
&t^{\varepsilon\lambda} \equiv \sqrt{\frac{g}{\gamma}}\left(T^{\varepsilon\lambda}+\tau^{\varepsilon\lambda}\right) - \frac{1}{16\pi}D_\alpha\left(\Phi^{\alpha\beta}D_\beta\tilde{\Phi}^{\varepsilon\lambda}\right) \ , \\
&16\pi\sqrt{-g}\tau^{\varepsilon\lambda} \equiv \frac{1}{2}\left(\tilde{g}^{\varepsilon\alpha}\tilde{g}^{\lambda\beta} - \frac{1}{2}\tilde{g}^{\varepsilon\lambda}\tilde{g}^{\alpha\beta}\right)\left(\tilde{g}_{\nu\sigma}\tilde{g}_{\tau\mu} - \frac{1}{2}\tilde{g}_{\tau\sigma}\tilde{g}_{\nu\mu}\right)D_\alpha\tilde{g}^{\tau\sigma}D_\beta\tilde{g}^{\nu\mu} + \\
&+\tilde{g}^{\alpha\beta}\tilde{g}_{\tau\sigma}D_\alpha\tilde{g}^{\varepsilon\tau}D_\beta\tilde{g}^{\lambda\sigma} - \tilde{g}^{\varepsilon\beta}\tilde{g}_{\tau\sigma}D_\alpha\tilde{g}^{\lambda\sigma}D_\beta\tilde{g}^{\alpha\tau} - \tilde{g}^{\lambda\alpha}\tilde{g}_{\tau\sigma}D_\alpha\tilde{g}^{\beta\sigma}D_\beta\tilde{g}^{\varepsilon\tau} + \\
&+\frac{1}{2}\tilde{g}^{\varepsilon\lambda}\tilde{g}_{\tau\sigma}D_\alpha\tilde{g}^{\sigma\beta}D_\beta\tilde{g}^{\alpha\tau} + D_\alpha\tilde{g}^{\varepsilon\beta}D_\beta\tilde{g}^{\lambda\alpha} \ .
\end{aligned} \tag{8}$$

В дальнейшем мы продолжим пользоваться галилеевыми координатами, когда$D_\alpha = \partial_\alpha$, а $\gamma^{\alpha\beta}D_\alpha D_\beta = \Box$. Из (6), (7) видно, что $t^{\varepsilon\lambda}$ имеет смысл плотности тензора энергии-импульса всей материи[2] в пространстве Минковского и удовлетворяет уравнению

$$\partial_\varepsilon t^{\varepsilon\lambda} = 0 \ . \tag{9}$$

Плотность $t^{0\varepsilon}$ будет следовательно плотностью 4– импульса системы, а

$$M = \int t^{00}d^3x \qquad\qquad P^k = \int t^{0k}d^3x \tag{10}$$

дадут ее инертную массу и импульс. При обращении потока материи

$$S = \oint t^{0k}ds_k \tag{11}$$

на бесконечности в нуль $M = \text{const}$. Возникшая в (10) тензорная структура M и P^k обеспечивает появление релятивистского фактора $\gamma \equiv (1-\beta^2)^{-1/2}$ у массы и импульса тел, движущихся относительно наблюдателя со скоростью β (надо только учесть релятивистское сокращение объема). Если не выходить за рамки основополагающей системы гравитационных уравнений (2), (3) или, что то же самое, уравнений (6), (7), то никакого другого определения инертной массы дать нельзя. Попытки ввести инертную массу иначе, выйдя за указанные рамки (см., например, [3] стр.129), представляются искусственными, лишенными фундаментальной основы. Как правило они ведут к утрате свойств ковариантности и необходимой тензорной размерности или оказываются приближенно оправданными в сугубо нерелятивистском пределе, а тогда на них нельзя опираться при анализе постньютоновских поправок (в противном случае можно получить псевдоэффекты).

При решении уравнений (6) в общем случае должны возникнуть (подобно тому, как это возникает в электродинамике) эффекты запаздывания. Однако для выяснения вопросов о структуре ρ и о точности, с которой одно из тел можно считать пробным, достаточно ограничиться ньютоновским пределом, соответствующим удержанию в разложении t^{00} по G членов нулевого и первого порядка. Нулевому приближению будет сопоставляться следовательно "голая" масса тела (без "шубы" из гравитационного поля), а первому — вклад в M, обязанный гравитационному полю. Вычисления проведем

[2]Вне тела $t^{\varepsilon\lambda}$ идентифицируется с плотностью тензора энергии–импульса гравитационного поля.

на примере задачи о нерелятивистском финитном движении двух тел, чтобы сравнить результат с известным классическим.

Докажем сначала, что предположение об отсутствии в скалярной (по своей тензорной размерности) величине ρ вклада от гравитационного поля ведет к противоречию. Если предположение верно, то $\rho = \rho_s = \rho_{1s} + \rho_{2s}$, где$\rho_{1s}$ и ρ_{2s} определяются вкладами внутренних энергий вещества (массами покоя, тепловой энергией, энергией негравитационных взаимодействий и т.д.). Учитывая, что в ньютоновском приближении $\Phi^{00} \sim \varepsilon^2 \sim v^2$, $\Phi^{0k} \sim \varepsilon^3$, $\Phi^{kn} \sim \varepsilon^4$ получим (при отсутствии собственного вращения тел)

$$\nabla^2 \Phi^{00} \simeq -16\pi \left(\rho_{1s} + \rho_{2s}\right), \tag{12}$$

$$t^{00} \simeq \overset{(0)}{t^{00}} + \overset{(1)}{t^{00}} = \left(1 + v^2 + \frac{3}{2}\Phi^{00}\right)\left(\rho_{1s} + \rho_{2s}\right) - \frac{7}{128\pi}\left(\vec{\nabla}\Phi^{00}\right)^2 , \tag{13}$$

где $v^k \equiv dx^k/dt$. Из (12) имеем

$$\Phi^{00} = 4U , \quad U = U_1 + U_2 , \quad U_k = \int \frac{\rho_{ks}\left(\mathbf{x}'\right) d^3x'}{\left|\mathbf{x} - \mathbf{x}'\right|} . \tag{14}$$

Подставляя (14) в (13), а затем в (10), и принимая во внимание релятивистское сокращение объемов тел только при взятии интегралов от $\rho_{1s} + \rho_{2s}$ (чтобы не выйти за пределы выбранного приближения), найдем[3]

$$\begin{aligned} M &= M_{1s} + M_{2s} + \frac{1}{2}M_{1s}v_1^2 + \frac{1}{2}M_{2s}v_2^2 + \\ &+ \frac{5}{2}\int \frac{d^3x_1 d^3x_2}{\left|\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_2\right|}\left\{\rho_{1s}\left(\mathbf{x}_1\right)\rho_{1s}\left(\mathbf{x}_2\right) + \rho_{2s}\left(\mathbf{x}_1\right)\rho_{2s}\left(\mathbf{x}_2\right) + 2\rho_{1s}\left(\mathbf{x}_1\right)\rho_{2s}\left(\mathbf{x}_2\right)\right\} . \end{aligned} \tag{15}$$

Это явно противоречит известной классической задаче двух тел, да и физическому смыслу — вместо сил притяжения здесь возникли силы отталкивания. Отсюда следует, что в действительности величина ρ формируется не только за счет внутренних энергий вещества, а должна содержать также вклад от гравитационного поля, поскольку ничего другого не остается — все остальные вклады уже учтены. Иначе говоря, ρ должна иметь вид

$$\rho = \rho|_{G=0} + \left(\rho - \rho|_{G=0}\right) \equiv \rho_s + \rho_g , \tag{16}$$

где $\rho_s = \rho_{1s} + \rho_{2s}$, а ρ_g обязано проявлению гравитационного поля.

Утверждение о том, что в формировании ρ должно участвовать гравитационное поле, у большинства физиков, впрочем, сомнений не вызывает. Вопрос в другом — как явно представить соответствующий вклад, ибо от этого (как будет видно из дальнейшего) многое зависит. Рассмотрим две версии о формировании ρ_g. В версии I мы будем исходить из того, что требование о полной геометризации в метрике $g_{\varepsilon\alpha}$ риманова пространства предъявляется не только к $T^{\varepsilon\alpha}$ в целом, но и к каждому из слагаемых, получаемых подстановкой (16) в $T^{\varepsilon\lambda}$. В версии II к отдельно взятым слагаемым это требование предъявляться не будет.

[3]Выражение (15) следует также (при $\rho = \rho_s$) и из уравнения (5), в чем можно убедиться, ограничившись в нем тем же приближением и размежевав члены нулевого и первого порядков по полю.

Итак, в версии I величина ρ_g должна удовлетворять следующим требованиям. 1) По тензорной размерностиρ_g должна быть скаляром. 2) Она должна быть полностью геометризованной в метрике $g_{\varepsilon\lambda}$. 3) Так как метрика $g_{\varepsilon\lambda}$ является единой, определяемой всей системой в целом, то ρ_g должна строиться на основе этой объединенной метрики. Единственной величиной, содержащей лишь объединенную метрику $g_{\varepsilon\lambda}$ и ничего другого (т.е. величиной, формирующейся за счет единого гравитационного поля) является плотность $\tau^{\varepsilon\lambda}$ в (8), имеющая смысл отнесенной к риманову пространству плотности тензора энергии–импульса гравитационного поля, индуцируемого системой в целом. Свернув $\tau^{\varepsilon\lambda}$ с $\tilde{g}_{\varepsilon\lambda}$ получим скаляр:[4]

$$\rho_g - 3p_g = \tau^{\varepsilon\lambda}\tilde{g}_{\varepsilon\lambda} \equiv \frac{1}{16\pi}\left[\frac{1}{2}\left(\tilde{g}_{\varepsilon\sigma}\tilde{g}_{\lambda\tau} + \frac{1}{2}\tilde{g}_{\tau\sigma}\tilde{g}_{\varepsilon\lambda}\right) g^{\alpha\beta}\partial_\alpha\tilde{g}^{\tau\sigma}\partial_\beta\tilde{g}^{\varepsilon\lambda} + \frac{1}{\sqrt{-g}}\tilde{g}_{\varepsilon\lambda}\partial_\alpha\tilde{g}^{\varepsilon\beta}\partial_\beta\tilde{g}^{\lambda\alpha}\right] , \tag{17}$$

удовлетворяющий требованиям 1) — 3) . Если правая часть (17) была бы обязана только полю гравитонов (с нулевой массой покоя), то она обратилась бы в нуль, что привело бы к известной связи давления гравитонного газа с его плотностью: $p = \rho/3$. В поставленной задаче первая часть (17) обязана связанному гравитационному полю, индуцируемому системой в целом (если излучением гравитонов пренебречь[5]).

Подставляя определенное выражением (17) значение ρ_g в $T^{\varepsilon\lambda}$ в (8) и учитывая, что в ньютоновском приближении

$$\rho_g \simeq -\frac{3}{64\pi}\left(\vec{\nabla}\Phi^{00}\right)^2 , \tag{18}$$

вместо (13) будем иметь

$$t_{00} \simeq \left(1 + v^2 + \frac{3}{2}\Phi^{00}\right)(\rho_{1s} + \rho_{2s}) - \frac{13}{128\pi}\left(\vec{\nabla}\Phi^{00}\right)^2 . \tag{19}$$

Это дает

$$\begin{aligned} M = M_{1s} + M_{2s} + \frac{1}{2}M_{1s}v_1^2 + \frac{1}{2}M_{2s}v_2^2 - \\ -\frac{1}{2}\int\frac{d^3x_1 d^3x_2}{|\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_2|}\left\{\rho_{1s}(\mathbf{x}_1)\rho_{1s}(\mathbf{x}_2) + \rho_{2s}(\mathbf{x}_1)\rho_{2s}(\mathbf{x}_2) + 2\rho_{1s}(\mathbf{x}_1)\rho_{2s}(\mathbf{x}_2)\right\} ,\end{aligned} \tag{20}$$

что полностью согласуется с известной классической задачей двух тел. Здесь первый и второй интегралы дают энергии собственного гравитационного взаимодействия вещества одного и другого тела в отдельности, а третий интеграл — энергию их ньютоновского взаимодействия[6]. Как видно, версия I полностью согласуется с известным ньютоновским пределом. Рассмотрим другие следствия.

[4] В [2] в левой стороне (18) было опущено одно слагаемое: вместо ρ_g там должно быть $\rho_g - 3p_g$. Соответственно то же должно быть в (19) и (32), а в правые стороны (28), (33) надо добавить $12\pi p_g Z^2 \equiv 3\tilde{p}_g x^2$. На последующих результатах в силу выбранного приближения это не сказывается.

[5] Пользуясь (6), (7), довольно просто решить задачу о гравитационном излучении системы — см. [1, 4, 5].

[6] Из (20), кстати, легко установить, при каких условиях и с какой точностью одно из двух тел можно считать пробным.

Так как в версии I составная часть ρ отлична от нуля и внутри и вне тела, то соответственно и плотность $T^{\varepsilon\lambda}$ будет ненулевой всюду. Это ведет к двум принципиальным следствиям.

Первое. Уравнение равновесного состояния материи $\nabla_\varepsilon T^{\varepsilon k}$, связывающее давление с плотностью и другими величинами, распространится теперь и на внешнюю по отношению к телу область. Например, в простейшем случае уединенного статического сферически–симметричного тела радиуса a это уравнение будет (см. [2]) иметь вид:

$$Z\frac{dp}{dZ} = -(\rho + p)\frac{M + 4\pi p Z^2}{Z - 2M} \ , \tag{21}$$

где Z — стандартная координата, а

$$M(Z) = 4\pi \int\limits_0^Z \rho Z^2 dZ \ . \tag{22}$$

Вне тела, где $\rho = \rho_g$, выполнение уравнения (21) гарантирует равновесное состояние внешнего гравитационного поля, что с физической точки зрения представляется просто необходимым. В самом деле, если внешнее поле существует и обладает плотностью энергии (а на это указывает структура $t^{\varepsilon\lambda}$в (8) и о том же говорит В.А.Фок — см. [6], §89), то оно должно взаимодействовать как с самим собой, так и с телом. Чтобы поле находилось в равновесном состоянии, оно обязано удовлетворять уравнению равновесия. Возможность расширить (21) на область, где существует только поле, делает версию I особенно привлекательной, тем более, что в расширенном виде уравнение остается общерелятивистским.

Второе. Гравитационная масса тела (22) в версии I не будет оставаться постоянной при $r > a$, как это было ранее, когда считалось, что вне тела $\rho = 0$. При $r > a$ в массу тела даст вклад энергия гравитационного поля, заключенного в соответствующем сферическом слое. С физической точки зрения это вполне естественно, так как внешнее поле обладает ненулевой плотностью энергии. Если интеграл распространить на всю область $(0 \leq Z \leq \infty)$, то из (22) последует известный ньютоновский результат

$$M = M_s - \frac{3}{5}\frac{M_s^2}{a} \ . \tag{23}$$

Следовательно и здесь версия I в ньютоновском пределе оказывается оправданной.[7]

Принятие версии I ведет (см. [2]) к исключению решений уравнений гравитации, соответствующих черным дырам: при любых плотностях вещества и любых размерах тел удвоенная масса материи, заключенная под сферой радиуса Z, всегда остается строго меньшей Z; физической причиной этого оказывается гравитационный дефект массы.

[7]Тот факт, что интегралы (10) и (22) по конечному объему не сводятся (в ньютоновском пределе) к сумме масс покоя и энергий их взаимодействий, напоминает аналогичный факт из электродинамики. Там хорошо известно, что в случае двух покоящихся зарядов их суммарная энергия, определяемая интегралом по конечному объему, не равна сумме их масс и энергии кулоновского взаимодействия — этот результат получится лишь при интегрировании по всему пространству.

Вследствие зависимости M от Z при $r > a$ возникают постньютоновские поправки (см. [2]) к метрике $g_{\varepsilon\lambda}$. А это ведет к модификации гравитационных эффектов, зависящих от постньютоновских поправок. В частности, угловое смещение перигелия планет оказывается (см. [2]) в 1,5 раза большим того, которое получалось ранее (с $\rho = 0$ при $r > a$). Это не согласуется с экспериментальными данными по Меркурию, но лучше, чем старый результат, согласуется с данными по Земле (см. [2]). Казалось бы, имеющееся несоответствие заставляет отказаться от версии I. Однако пока это делать преждевременно, и вот почему.

В измерения положений Меркурия вносят искажения многие физические факторы. В [2] дан относительно подробный их анализ. Упомянем здесь два из них. Из-за изменений в состоянии атмосферы рефракционные искажения положений Меркурия тоже изменяются. В моменты наблюдений за Меркурием вблизи горизонта при изменениях давления атмосферы на $20 \div 30$ мм.рт.ст. искажения в угловом положении могут меняться в пределах $15'' \div 25''$. Поперечный эффект Допплера тоже вносит искажения, лежащие в пределах от $-16''$ до $+56''$. Так как относительное положение Земли и Меркурия невоспроизводимо, то каждый виток Меркурия наблюдается с нового участка траектории Земли. Такие систематические смещения наблюдателя влекут за собой систематическое доплеровское смещение, которое должно быть учтено при обработке данных наблюдений. Если этот систематический сдвиг составит в системе наблюдателя (в системе, связанной с Солнцем, он примерно удваивается) в пересчете на один оборот всего $0,025''$ (это почти в два раза ниже абсолютной ошибки последних измерений), то за сто лет набежит примерно $21''$. Ни о тех, ни о других искажениях экспериментаторы в своих публикациях не упоминают. Поэтому пока данные по Меркурию нельзя признать безупречными (в основном из-за возможности недоучета систематического искажения вследствие невоспроизводимости относительных положений Земли и Меркурия).

Что касается эффекта Нордтведта, то уже сам факт его появления вызывает сомнения. Дело в том, что в основу его расчетов было положено введенное руками (см. [3], стр.129) определение инертной массы, оправданное только и только в сугубо нерелятивистском пределе (и без раскрытия структуры ρ); ищется же постньютоновский эффект. Вряд ли с таким подходом можно согласиться: чтобы иметь право удерживать появляющиеся по ходу расчетов постньютоновские члены, члены такого же порядка нельзя было опускать в исходном выражении, т.е. в определении самой инертной массы.

Итак, пока нет неоспоримых оснований для отбрасывания версии I. Но если все же после снятия всех вопросов подтвердится прежнее значение смещения перигелия Меркурия, то с версией I придется расстаться, хотя ее математическое изящество толкает к мысли, что впоследствии она скорее подтвердится, чем опровергнется (поэтому на ней было сосредоточено внимание в [2]).

Остановимся теперь на версии II. Можно, например, предположить, что “голая” (без гравитационной “шубы”) масса вещества протяженного тела (системы тел) определяется выражением[8]

$$M_s = \int \hat{\rho} d^3x \ , \qquad \hat{\rho} \equiv \sqrt{-g}\frac{dt}{ds}\rho \ . \tag{24}$$

Такое определение допускает связь

$$\sqrt{-g}\frac{dt}{ds}\rho = \sqrt{-\gamma}\frac{dt}{d\sigma}\rho_s \ , \tag{25}$$

где $\gamma \equiv \det \parallel \gamma_{\varepsilon\lambda} \parallel$, $d\sigma^2 = \gamma_{\varepsilon\lambda} dx^\varepsilon dx^\lambda$, $\gamma_{\varepsilon\lambda}$ — метрика пространства Минковского, а ρ_s связана с веществом как таковым. Так как $\rho = \rho_s + \rho_g$, то отсюда получим

$$\rho_g = \rho_s \left(\sqrt{\frac{\gamma}{g}} \frac{ds}{d\sigma} - 1 \right) \ . \tag{26}$$

Как видно, теперь ρ_g будет отличной от нуля только внутри тела. Скалярный характер ρ_s и ρ_g при этом сохраняется, однако их геометризация в метрике $g_{\varepsilon\lambda}$ нарушается, хотя геометризация $T^{\varepsilon\lambda}$ не изменится. Используя в $T^{\varepsilon\lambda}$ в (8) вместо (18) значение (26), в итоге снова придем к (20), т.е. в ньютоновском пределе противоречий не возникнет. В случае уединенного статического сферически–симметричного тела его гравитационная масса дается выражением (22). Подставив в него, пользуясь (25), значение ρ, найдем

$$M(Z) = 4\pi \int\limits_0^Z \sqrt{\frac{\gamma}{g}} \frac{ds}{d\sigma} \rho_s Z^2 dZ \ . \tag{27}$$

Согласно [2]

$$\sqrt{\frac{g}{\gamma}} = \frac{Z^2 Z'}{r^2} e^{-\varepsilon} \ , \quad \frac{ds}{d\sigma} = \sqrt{g_{00}} \ , \quad g_{00} = \left(1 - \frac{2M}{Z}\right) e^{-2\varepsilon} \ .$$

Учитывая это в (27), получим

$$M(r) = 4\pi \int\limits_0^r \rho_s \left(1 - \frac{2M}{Z}\right)^{1/2} r^2 dr \ , \tag{28}$$

где r — галилеева координата. В ньютоновском пределе это ведет при $r > a$ к известному результату (23), и при $r > a$ масса оказывается постоянной. Отсюда следует, что в версии II гравитационные эффекты не претерпевают изменений по сравнению с полученными в ОТО. Что касается черных дыр, то и здесь подобные решения исключаются. Это видно из уравнения

$$\frac{dM}{dr} = 4\pi \rho_s r^2 \left(1 - \frac{2M}{Z}\right)^{1/2} \ , \tag{29}$$

вытекающего из (28).

Казалось бы все в версии II выглядит вполне приемлемо. Но вот уравнение равновесия (21) внешнего гравитационного поля (а оно является физической реальностью; “*...поле тяготения само обладает энергией...*”, сказано в [6] на стр. 446) в версии II утрачивается. Это делает вторую версию (как, впрочем, и любую другую, подчиненную

[8]Полезно заметить, что если в (24) вместо ρ подставить $\rho_s + \rho_g$ и использовать для ρ_g определение (17), то в ньютоновском пределе M_s не будет содержать вклада от поля; полевые поправки появятся лишь в постньютоновских членах.

требованию, чтобы вне тела ρ и p были равными нулю) неприемлемой, поскольку получить уравнение равновесия внешнего гравитационного поля при таком требовании не представляется возможным, ибо при его выполнении вне тела $\nabla_\varepsilon T^{\varepsilon k} \equiv 0$.

Автор благодарит за обсуждения А.А.Логунова и участников его семинара, а также В.А.Садовничего и участников его семинара.

Список литературы

[1] Лоскутов Ю.М., Вестн. Моск. ун-та, сер. Физ.-Астр., 1991, №4, с.49.

[2] Лоскутов Ю.М., Вестн. Моск. ун-та, сер. Физ.-Астр., 2001, №4, с.29.

[3] Уилл К. Теория и эксперимент в гравитационной физике. М. Энергоатомиздат. 1985.

[4] Лоскутов Ю.М. ТМФ, 1996, т.107, №2, с.329.

[5] Loskutov Yu.M. Proceedings of the sixth Marcel Grossman meeting on Gen. Rel. Part B. Kyoto. Japan. 1991.P.1658.

[6] Фок В.А. Теория пространства, времени и тяготения. М. ГИФМЛ. 1961.