

Предисловие руководителя семинара

На скрижалях истории Московского университета высечены имена Майкла Фарадея, Александра Гумбольдта, Германа Гельмгольца, Луи Пастера, лорда Кельвина, Сванте Аррениуса, Нильса Бора. За каждым из них стоит целая научная эпоха. Тот факт, что такие корифеи с глубокой благодарностью относились к желанию Московского университета видеть их своими почетными членами, еще раз свидетельствует о месте и значении первого российского университета в мировой науке, образовании и культуре. Так было в прошлом, есть в настоящем. Так, я глубоко уверен, будет и в последующие времена.

Продолжая эту традицию, Московский университет избрал 2 июня 1993 года своим почетным доктором Ильёу Романовича Пригожина.

Известно, что развитие естествознания во второй половине XX века отмечено глубокими переменами. Они качественно влияют на ранее сложившиеся у нас представления о законах природы, фундаментальных науках, да и в целом о роли науки в дальнейшем развитии человечества.

С представлениями о детерминированности, обратимости, устойчивости и линейности мира природы, составляющими основу парадигм классической и квантовой механики, сегодня на равных спорят утверждения о его индетерминированности, нестабильности, необратимости и нелинейности. Это ведет к пересмотру фундаментальных оснований физики, химии и биологии, поскольку необратимость играет существенно *конструктивную* роль. В последние десятилетия родилась новая наука о неравновесных процессах, связанная с понятиями самоорганизации системы и образования диссипативных структур вдали от состояний равновесия.

Появление мощной компьютерной техники открыло простор для "сплошной математизации" всякого научного знания, в том числе гуманитарного. Как-то в сторону отесненной оказалось требование математической строгости в форме логико-дедуктивной доказательности. На смену ей пришел математико-машинный эксперимент, совсем не предполагающий знания инженером-математиком тонкостей аксиоматики и правил вывода.

Наконец, столь мизерным стало расстояние между технологически вооруженной наукой и научно насыщенной технологией, что порой трудно, а то и просто невозможно провести между ними строгую в классическом восприятии грань. Говорю об этом и как чистый математик, занимающийся абстрактной спектральной теорией операторов, и как "прикладник", занимающийся вопросами имитационного математического моделирования.

В дискуссии, развернувшейся в научном мире, важное место занимают идеи Нобелевского лауреата Ильи Романовича Пригожина, чьи работы по неравновесной термодинамике, можно без преувеличения сказать, стали сразу же с момента их опубликования в начале 60-х годов, классическими.

У "парадигмы Пригожина" есть и свои оппоненты. Например, один из крупнейших математиков Франции, лауреат филдсовской медали Рене Том, хорошо известный у нас как создатель теории катастроф. Одновременно, он один из самых активных пропагандистов тезиса о глобальной математизации науки и ее детерминистском начале. Рене Том придерживается точки зрения, что современная наука есть наука математизированная, и потому вопрос о ее выразительных возможностях неразрывно связан с вопросом о выразительных возможностях математических теорий. "Последние же, по своей сути – подчеркивает он – являются детерминистскими. Собственно, описанное на языке математики – это уже детерминированное".

Так что на арене развития современного естествознания разыгрываются захватывающие сцены.

Мне особенно приятно подчеркнуть, что именно Московский университет во многом способствовал тому, чтобы теоретические и философские произведения И.Р. Пригожина, переведенные на русский язык нашими профессорами и специалистами, стали достоянием научной общественности России.

Но это было лишь началом творческого союза Московского университета с Ильей Романовичем Пригожиным и его научной школой.

Спустя некоторое время И.Р. Пригожин пригласил меня и еще нескольких российских математиков принять участие в работе его Европейской группы. Он предложил, в частности, рассмотреть совместно вероятностный подход к изучению хаотической динамики, который состоит в изучении свойств операторов Купмана и Фробениуса-Перрона. Эти операторы описывают эволюцию наблюдаемых и состояний системы соответственно. Вероятностный подход имеет хорошо известные преимущества по сравнению с топологическим подходом, основанном на изучении траекторий, а именно:

- эволюция наблюдаемых и состояний линейна даже если исходная динамика нелинейна;
- для нестабильных систем работа с траекториями представляется невозможной из-за ограниченности вычислительных мощностей, тогда как вычисление эволюции наблюдаемых и состояний не представляет затруднений;
- обобщенные спектральные разложения линейных эволюционных операторов с помощью методов функционального анализа являются новым средством изучения эволюции динамических систем. Теория обобщенных спектральных разложений появилась в этом контексте и развивалась последние семь лет группой И.Р. Пригожина в Международном институте физики и химии им. Сольвея (Брюссель, Бельгия)

Оператор Фробениуса–Перрона U_t является сопряженным к оператору Купмана V_t определяемого для эндоморфизма или автоморфизма S_t измеримого пространства Ω следующей формулой:

$$V_t f(\omega) = f(S_t(\omega)), \quad \langle U_t \rho | f \rangle = \langle \rho | V_t f \rangle,$$

где

$$\langle \rho | f \rangle = \int_{\Omega} d\nu(\omega) \rho(\omega) f(\omega).$$

Если мера ν инвариантна относительно S_t , то $U_t \mathbf{1} = \mathbf{1}$.

Поскольку в случае необратимой эволюции операторы U_t и V_t не являются нормальными, обычная спектральная теорема к ним неприменима. Поэтому необходимо продолжить V_t в подходящее оснащенное гильбертово пространство и искать спектральное разложение для продолженного оператора V_t . Математический аппарат, позволяющий получать спектральные разложения операторов в оснащенных гильбертовых пространствах, был разработан в научных математических школах Московского университета. Так, И.М. Гельфандом и А.Г. Костюченко были развиты методы, позволяющие получать спектральные разложения с выходом из исходного гильбертова пространства.

Знание собственных значений оператора Купмана позволяет эффективно ответить на вопрос о скорости убывания корреляционных функций. Более того, обобщенное спектральное разложение оператора Купмана позволяет получить эффективное вероятностное решение проблемы предсказания эволюции.

В ноябре 1995 г. в МГУ был создан Институт математических исследований сложных систем, почетным президентом которого избран Илья Романович Пригожин. Наряду с развитием идей И.Р. Пригожина по моделированию поведения неравновесных систем, в Институте проводятся исследования, связанные с созданием математического аппарата для описания динамики сложных систем, разработкой эффективных методов распознавания образов динамических имитационных процессов и процессов управления нелинейными динамическими системами.

При Институте математических исследований сложных систем постоянно, с перерывом на летнее время, функционирует лекторий-семинар "Время, хаос и математические проблемы". На первом заседании этого семинара 9 ноября 1995 г. И.Р. Пригожин прочитал лекцию "Время, хаос и законы природы", вызвавшую большой интерес. Материалы этой лекции открывают настоящий сборник "Трудов". Основной из задач семинара является популяризация современных методов описания сложных систем не только в природе, но и в обществе. Поэтому тематика докладов затрагивает круг вопросов, интересных для математиков, физиков, химиков, биологов, философов, социологов и представителей других специальностей.

Читателю предлагается первый сборник трудов этого семинара.

В. Сазанкин

