

УДК 51-74

Устранение геометрических искажений в цифровых снимках дистанционного зондирования¹

**В. А. Садовничий, И. Антонио, С. М. Кошель, О. Р. Мусин,
О. В. Селезнев, В. М. Староверов**

§ 1. Введение

Окружающая среда, поиск полезных ископаемых, контроль и рациональное использование природных ресурсов - вот только некоторые из возможных приложений дистанционного зондирования Земли ([2]). Одним из важнейших этапов мониторинга окружающей среды является исследование данных дистанционного зондирования и соответствующих карт для оперативного контроля. Для этого активно применяются картографические базы данных и компьютерные методы анализа. Границы природных массивов, некоторые хорошо различимые точки на поверхности (Контрольные Наземные Точки (КНТ)) сохраняются в цифровой форме в таких базах данных. Эти данные используются с новой информацией в ходе мониторинга. Первым этапом во многих приложениях дистанционного зондирования является устранение геометрических искажений цифровых снимков по сравнению с картой на соответствующие области ([11], [12]). Такое искажение имеет сложную структуру и связано как с процессом измерения, так и с природными условиями. Обычно его можно разделить на систематическую (детерминированную) и стохастическую (случайную) составляющие, и, как правило, стандартные методы тематической интерпретации таких снимков как некоторых областей на соответствующей карте в данной картографической проекции оказываются неэффективными. Требуется специальная математическая модель и ме-

¹ В сб.: Избранные вопросы математики, механики и их приложений. М.: Изд-во Моск. ун-та, 1999 г., с. 463-476.

тоды для предварительной трансформации таких данных. Результатом такого преобразования должен стать новый снимок, причем погрешность в контрольных наземных точках на карте и снимке при их совмещении не должна превышать заданную. Целью работы является как описание соответствующей математической модели и подхода, основанного на кригинг приближении, так и результатов численных экспериментов с модельными и реальными данными. Возможны два подхода для коррекции различных типов геометрических искажений в снимках дистанционного зондирования. В первом - моделируются природные и измерительные источники искажения на снимке и затем эти модели применяются для построения соответствующего аналитического преобразования. Такой подход - эффективен, когда все типы искажений хорошо формализованы, как например, для искажений, вызванных вращением Земли. Второй подход основывается на исследовании и подборе математического отношения (зависимости) между координатами точек на снимке и соответствующими координатами этих точек на карте. В этом случае преобразование снимка не зависит от природы и типа искажений.

Предположим, что имеются карта цифрового снимка и две декартовы системы координат, одна из которых задает положение (x, y) точки на карте, а вторая - положение (u, v) этой же точки на снимке. Предположим, что эти координаты связаны с помощью отображения

$$u = f(x, y); \quad v = g(x, y).$$

Если эти функции известны, то для каждой точки на карте можно найти ее положение на снимке. На практике отображение (f, g) неизвестно и оценивается по данным. В зависимости от исходных предположений и ожидаемого результата, можно выбирать отображающие функции f, g среди геометрических линейных преобразований (аффинные, проективные) или приближений полиномиального типа (сплайны, тригонометрические или ортогональные полиномы). Например, в случае линейного приближения можно было бы подобрать отображения следующего вида

$$u = a_0 + a_1x + a_2y; \quad v = b_0 + b_1x + b_2y \quad (1.1)$$

с неизвестными коэффициентами $a_i, b_i, i = 0, 1, 2$. Как правило, для полиномиального приближения используются многочлены первой и второй степени. Сначала, мы определяем на снимке и карте Наземные Контрольные Точки. Такими точками могут быть, например, пересечения дорог, изгибы берегов рек и береговой линии. Затем для вычис-

ления коэффициентов в (1.1) применяется метод наименьших квадратов (МНК). В этой простейшей статистической модели контрольные точки, данные о которых содержат существенные ошибки на карте или на снимке, не окажут существенного влияния на оценки полиномиальных коэффициентов при достаточном количестве НКТ. Известны некоторые стандартные рекомендации по выбору НКТ: эти точки должны быть распределены по возможности равномерно на снимке и особенно вдоль его границ, где искажения наибольшие. Это необходимо, чтобы полученные полиномиальные отображения (аппроксимации), давали незначительную погрешность на всем снимке.

В дальнейшем будет показано, что модель МНК - это частный случай более общего подхода и класса моделей, в основе которого лежит предположение о том, что отклонения от простой регрессионной модели соответствуют выборочным функциям (реализациям) некоторой случайной функции. В отображающих функциях выделяются систематическая (тренд) и стохастическая составляющие, которые определяют преобразование снимка. Эта модель позволяет исследовать стохастическую структуру некоторых случайных факторов, связанных с измерительным процессом и природными условиями. Возможны несколько интерпретаций данной модели. Мы будем использовать *кригинг* приближение и соответствующую статистическую модель (см. [6]). Одним из основных преимуществ этого подхода является то, что можно не только подобрать тренд (систематическую составляющую) и стохастическую структуру данных, но и оценить также точность приближения для данных. Кригинг приближение широко используется и хорошо известно в геостатистике (см. [3]), но идея, лежащая в основе этого подхода, может применена также и других задачах приближения и приложениях.

§ 2. Геометрическая кригинг-коррекция

Предположим, что данные могут быть представлены как реализация некоторой случайной функции $W(t) = (U(t), V(t))'$, $t = (x, y)$, где A' обозначает транспонированную матрицу A ,

$$\begin{cases} U(t) = \sum_{j=1}^k \alpha_j f_j(t) + Z_1(t) = f(t)' \alpha + Z_1(t), \\ V(t) = \sum_{j=1}^k \beta_j f_j(t) + Z_2(t) = f(t)' \beta + Z_2(t), \end{cases}$$

$f(t) = (f_1(t), \dots, f_k(t))'$ - вектор функций (например, полиномов степени не выше 3), $\alpha = (\alpha_1, \dots, \alpha_k)$, $\beta = (\beta_1, \dots, \beta_k)$ - коэффициенты тренда. Случайные функции $Z_1(t)$ и $Z_2(t)$ предполагаются независимыми с ковариационной функцией

$$\text{Cov}(Z_i(t), Z_i(s)) = \sigma_i^2 R_i(t, s),$$

где $R_i(t, s)$ и σ_i^2 соответственно корреляционная функция и дисперсия $i = 1, 2$. Для простой регрессионной модели (МНК) предполагается, что $Z_i(t)$ - это белый шум, т.е. ошибки некоррелированы, $R_i(t, s) = 0$, если $t \neq s$, $i = 1, 2$. Пусть дисперсии координат равны, $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma^2$. Рассмотрим линейную оценку для данной точки t ,

$$U(t) = c(t)'U_S, \quad V(t) = c(t)'V_S,$$

где $U_S = (U(s_1), \dots, U(s_n))'$, $V_S = (V(s_1), \dots, V(s_n))'$, $c(t) = (c_1(t), \dots, c_n(t))'$ и s_1, \dots, s_n - данные НКТ-и. Наилучший несмещенный линейный прогноз (ННЛП) получается подбором n -мерного вектора $c(t)$, минимизирующего среднеквадратическую погрешность

$$\begin{aligned} \text{MSE}(t) = E[(c(t)'U_S - U(t))(c(t)'U_S - U(t)) + \\ + (c(t)'V_S - V(t))(c(t)'V_S - V(t))], \end{aligned} \quad (2.1)$$

при условии несмещенности оценок,

$$E[c(t)'U_S] = E[U(t)], \quad E[c(t)'V_S] = E[V(t)].$$

Обозначим через $F = (f_j(t_i))$, $j = 1, \dots, k$, $i = 1, \dots, n$, $n \times k$ -мерную матрицу *плана эксперимента*, и через $R_l = (R_l(s_i, s_j))$, $i, j = 1, \dots, n$, $r_l(t) = (R_l(s_1, t), \dots, R_l(s_n, t))$, $l = 1, 2$, векторы корреляций между $Z_l(s_i)$, $i = 1, \dots, n$, и $Z_l(t)$, $l = 1, 2$. Для простоты изложения будем опускать переменную t в некоторых соотношениях, $c = c(t)$, $f = f(t)$, $r_l = r_l(t)$, $\text{MSE} = \text{MSE}(t)$. Тогда

$$\text{MSE} = \sigma^2(2 + c'R_1c - 2c'r_1 + c'R_2c - 2c'r_2) = 2\sigma^2(1 + c'Rc - 2c'r), \quad (2.2)$$

где $R = \frac{1}{2}(R_1 + R_2)$, $r = \frac{1}{2}(r_1 + r_2)$ при условии $F'c = f$.

Применяя стандартный метод множителей Лагранжа $\lambda = \lambda(t)$ для условной минимизации MSE, получаем, что коэффициент c должен удовлетворять следующей системе

$$\begin{pmatrix} 0 & F' \\ F & R \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \lambda \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f \\ r \end{pmatrix}$$

Откуда находим,

$$\begin{pmatrix} \lambda \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & F' \\ F & R \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} f \\ r \end{pmatrix}$$

и, следовательно,

$$\begin{aligned} \lambda &= (F'R^{-1}F)^{-1}(F'R^{-1}r - f), \\ c &= R^{-1}r - R^{-1}FF'R^{-1}F(F'R^{-1}r - f). \end{aligned} \quad (2.3)$$

Таким образом, ННЛП может быть записан как

$$\hat{U} = f'\hat{\alpha} + r'R^{-1}(U_S - F\hat{\alpha}), \quad \hat{V} = f'\hat{\beta} + r'R^{-1}(V_S - F\hat{\beta}), \quad (2.4)$$

где

$$\hat{\alpha} = (F'R^{-1}F)^{-1}F'R^{-1}U_S, \quad \hat{\beta} = (F'R^{-1}F)^{-1}F'R^{-1}V_S. \quad (2.5)$$

Заметим, что оценки (2.5) являются обобщенными НК-оценками для задачи

$$(U_S - F'\alpha)'R^{-1}(U_S - F'\alpha) + (V_S - F'\beta)'R^{-1}(V_S - F'\beta) \rightarrow \min_{\alpha, \beta}.$$

Например, для линейного полиномиального приближения, имеем $k = 3$, $f' = (1, x, y)$,

$$F = \begin{pmatrix} 1 & x_1 & y_1 \\ & \dots & \\ 1 & x_n & y_n \end{pmatrix}$$

Заметим также, что два слагаемых в правой части (2.4) некоррелированы, а $\hat{\alpha}, \hat{\beta}$ являются несмещенными оценками векторов коэффициентов тренда α, β . Таким образом, можно выделить два этапа в подборе модели:

1. Получение обобщенных НК-оценок в (2.4)
2. Интерполирование остатков, после выделения тренда. Заменяя (2.3) в (2.2), получаем

$$\text{MSE} = 2\sigma^2 \left(1 - (f', r') \begin{pmatrix} 0 & F' \\ F & R \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} f \\ r \end{pmatrix} \right)$$

Когда точка t принимает различные значения в области T , можно ввести следующие характеристики погрешности приближения на всей области T (см. [10]),

(i) интегрированная MSE (IMSE),

$$\text{IMSE} = \int_T \text{MSE}(t) \phi(t) dt$$

для некоторой весовой функции $\phi(t)$ (например, равномерная весовая функция $\phi(t) \equiv 1, t \in T$);

(ii) максимальная MSE (MMSE),

$$\text{MMSE} = \max_{t \in T} \text{MSE}(t).$$

На практике, пользуются некоторыми приближениями для IMSE и MMSE по выбранной решетке точек $t_i, i = 1, \dots, N$, например,

$$\widehat{\text{IMSE}} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \text{MSE}(t_i), \quad \widehat{\text{MMSE}} = \max_i (\text{MSE}(t_i)).$$

Конечно, для вычисления этих величин необходимо задать корреляционную функцию $R(t, s)$ и дисперсию σ^2 в исходной модели. Возможно несколько подходов для определения этих величин. Предположим, что нестационарность случайных процессов $U(t), V(t)$ задается соответствующими трендами и следовательно $Z_i(t), i = 1, 2$ - изотропные случайные функции, т.е. $R_i(t, s) = R_i(|t - s|)$. Тогда оцениваются значения $R_i(h), i = 1, 2$, и σ , или эквивалентно, значения так называемой *вариограммы*,

$$\gamma_i(h) = 1/2 E(Z_i(t + s) - Z_i(t))^2 = \sigma^2(1 - R_i(h)), \quad i = 1, 2,$$

для таких значений s , что $|s| = h$. В силу стационарности, можно применить следующие оценки.

$$\hat{\gamma}_j(h) = \frac{1}{2n(h)} \sum_{j=1}^{n(h)} (\hat{Z}_i(t_j + s_j) - \hat{Z}_i(t_j))^2, \quad i = 1, 2, \quad (2.6)$$

где $|s_j| = h, j = 1, \dots, n$, и $n(h)$ - это число соответствующих пар точек

$$\hat{Z}_1(s_j) = U(s_j) - f(s_j)' \hat{\alpha}, \quad \hat{Z}_2(s_j) = V(s_j) - f(s_j)' \hat{\beta}, \quad j = 1, \dots, n. \quad (2.7)$$

[8], [9]),

1. логарифмическая, $\gamma(h) = c(\frac{h}{a})^2(1 - 2\log \frac{h}{a})$,
2. линейная, $\gamma(h) = ch/a$,
3. сферическая, $\gamma(h) = c/2(3h/a - h^3/a^3)$,
4. параболическая, $\gamma(h) = c(2h/a - h^2/a^2)$,
5. экспоненциальная, $\gamma(h) = c(1 - \exp(-h/a))$,
6. гауссовская, $\gamma(h) = c(1 - \exp(-h^2/a^2))$,

для $0 < h \leq a$, $c > 0$, если $h > a$, нуль для $h = 0$, причем к каждой из моделей может быть добавлен эффект самородка (*nugget*), т.е. $\gamma_{nugget}(h) = \gamma(h) + c_0$ для $h > 0$. В этих моделях предполагается, что вариограмма симметрична, $\gamma(-h) = \gamma(h)$. Для выбранного семейства вариограмм остается задача оценивания параметров. Для подбора (оценивания) параметров могут быть использованы различные методы (см., например, [13], [14]). Для гауссовских процессов, применяется метод максимального правдоподобия ([1], [10]). В этом случае правдоподобие является функцией α, β (2.5) (параметров тренда), дисперсии и корреляции (вариограммы). При заданных параметрах корреляции, оценки максимального правдоподобия α и β являются стандартными НК-оценками,

$$\hat{\alpha}_{LS} = (F'R_1^{-1}F)^{-1}F'R_1^{-1}U_S, \quad \hat{\beta}_{LS} = (F'R_2^{-1}F)^{-1}F'R_2^{-1}V_S,$$

оценка максимального правдоподобия σ^2 может быть найдена как

$$s^2 = \frac{1}{2n}[(U_S - F'\hat{\alpha}_{LS})'R_1^{-1}(U_S - F'\hat{\alpha}_{LS}) + (V_S - F'\hat{\beta}_{LS})'R_2^{-1}(V_S - F'\hat{\beta}_{LS})].$$

Пусть $\det(A)$ обозначает детерминант матрицы A , а E есть единичная матрица. При полученных оценках $\hat{\alpha}_{LS}, \hat{\beta}_{LS}, s^2$, задача оценивания параметров модели сводится к минимизации величины

$$(\det(R_1)\det(R_2))^{1/n} s^4,$$

которая является функцией только параметров корреляции и данных. Такой подход связан с большим числом вычислений.

Мы предлагаем следующий алгоритм, который соответствует алгоритму применения кригинга в геостатистике (см. [14]).

1. Пусть $R_l = E, l = 1, 2$, т.е. рассматривается стандартная НК-модель,
 $R_l(s_i, s_j) = 0, i \neq j, R_l(s_i, s_j) = 1, i = j, l = 1, 2$.

2. Оцениваем коэффициенты $\alpha_j, \beta_j, j = 1, \dots, k$ стандартным МК-методом, $R = 1/2 (R_1 + R_2)$,

$$\hat{\alpha} = (F'R^{-1}F)^{-1}F'R^{-1}U_S, \quad \hat{\beta} = (F'R^{-1}F)^{-1}F'R^{-1}V_S$$

3. Вычисляем обобщенные остатки, применяя (2.7);

4. Вычисляем оценку дисперсии, $U_S - F'\hat{\alpha} = (\hat{Z}_1(s_1), \dots, \hat{Z}_1(s_n))$,
 $V_S - F'\hat{\beta} = (\hat{Z}_2(s_1), \dots, \hat{Z}_2(s_n))$,

$$s^2 = \frac{1}{2n}[(U_S - F'\hat{\alpha})'R^{-1}(U_S - F'\hat{\alpha}) + (V_S - F'\hat{\beta})'R^{-1}(V_S - F'\hat{\beta})];$$

5. Вычисляем локальную и глобальную ошибки (IMSE, MMSE) с оценками шага 3 для данных точек $t_j, j = 1, \dots, N$;

6. Если полученная погрешность допустима, то процедура завершается и следует шаг 8, иначе выполняется шаг 7.

7. Оцениваются параметры вариограммы (2.7), а также вариограмма $\gamma(h) = \frac{1}{2}(\hat{\gamma}_1 + \hat{\gamma}_2)$ с использованием одной из параметрических моделей (1)-(6) (методом НК или интерактивно) и затем повторяется шаг 2 с новой корреляционной функцией $R(h) = 1 - \frac{\gamma(h)}{\sigma^2}$ и оцененными параметрами. Заметим, что нет необходимости подбирать параметры координатных вариограмм по отдельности.

8. Вычисляется ННЛП для данных точек с использованием (2.4).

Эта процедура завершается после нескольких итераций. В результате получаются оценки параметров в тренде α, β , а также ННЛП для данного набора точек и погрешности IMSE, MMSE. Аналогичные рассуждения могут быть применены и для более общего случая без предположений $\sigma_1 = \sigma_2$ и независимости координат.

§ 3. Подбор вариограммы

Основные задачи оценивания параметров модели в предыдущем разделе подобны аналогичным задачам в стандартной геостатистической задаче кригинг-приближения и связаны с подбором вариограммы. В этом разделе подробнее рассмотрим задачу подбора вариограммы и оценки ее параметров. Пусть $Z(t), t \in R^2$, изотропный случай-

ный процесс (поле) с нулевым средним, дисперсией σ^2 и корреляционной функцией $R(t, s) = R(|t - s|)$. Пусть

$$U(t) = \sum_{j=1}^k \alpha_j f_j(t) + Z(t) = f(t)' \alpha + Z(t),$$

где $f(t) = (f_1(t), \dots, f_k(t))'$ – вектор тренд-функций (например, полиномов $f(t)' = \{1, x, y, x^2, xy, y^2, \dots, x^p, \dots, y^p\}$, как правило, степени не выше 3), как и в разделе 2. Тогда $U(t)$ – нестационарный случайный процесс и $U_S = \{U(s_1), \dots, U(s_n)\}$ – имеющиеся данные. Задача состоит в интерполяции величины $U(t)$ в заданной точке t по данным U_S . Существует множество приложений кригинг-приближения главным образом в геостатистике и гидрологии (см. [5], [4]).

В универсальном кригинг-подходе ННЛ интерполятор получается с помощью вектора $c(t)' = (c_1(t), \dots, c_n(t))'$, который минимизирует (ср. раздел 2)

$$\text{MSE}(t) = E[|c(t)'U_S - U(t)|^2] \quad (3.1)$$

при условии несмещенности оценок $E[c(t)'U_S] = E[U(t)]$. Применяя стандартный метод множителей Лагранжа, получаем

$$\hat{U}(t) = f(t)' \hat{\alpha} + r' R^{-1} (\hat{U}_S - F \hat{\alpha}), \quad (3.2)$$

где, как и ранее, $F = (f_j(t_i)), j = 1, \dots, k, i = 1, \dots, n$, $r(t) = (R(s_1, t), \dots, R(s_n, t))$, $\hat{\alpha} = H F' R^{-1} U_S$, $H = (F' R^{-1} F)^{-1}$. Можно показать, что дисперсия ошибки (или ошибка прогноза) может быть найдена как

$$\begin{aligned} \text{MSE}(t) &= \sigma^2 (1 - r' R^{-1} r + (f(t) - F' R r)' H (f(t) - F' R r)) = \\ &= \sigma^2 \left(1 - (f', r') \begin{pmatrix} 0 & F' \\ F & R \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} f \\ r \end{pmatrix} \right) \leq \sigma^2. \end{aligned}$$

Несмещенная оценка s^2 дисперсии σ^2 может быть получена с помощью НК-оценивания

$$s^2 = \frac{1}{n - k} [(U_S - F' \hat{\alpha})' R^{-1} (U_S - F' \hat{\alpha})].$$

Интерполяционное приближение (3.2) само не зависит от масштабного множителя σ^2 , который тем не менее требуется для оценки $\text{MSE}(t)$. Следовательно, главной остающейся проблемой является оценивание

корреляционной функции $R(t)$ (или вариограммы $\gamma(h) = 1/2(1 - R(h))$). Так как корреляционная функция $R(t)$ положительно определена, то желательно, чтобы ее оценка также обладала этим свойством. Обычный подход в геостатистике основан на получении сначала так называемых локальных вариограмм $g_k = g(h_k)$, $h_k = hk$, $k = 0, N-1$ и $h = \rho/N$. Затем непараметрические оценки используются для подбора оптимальной параметрической модели и оценки ее параметров. С практической точки зрения, основным параметром для подбора вариограммы является *радиус влияния* ρ ("масштаб изменения" [6]). Иначе говоря, это параметр определяющий расстояние, после которого корреляция равна нулю или пренебрежимо мала. Мы предполагаем, что изучаемая область $t \in S$ достаточно велика по сравнению с радиусом влияния, иначе соответствующие оценки будут ненадежными. Используем стандартную оценку для вариограммы

$$g_k = \frac{1}{2n(h)} \sum_{j=1}^{n(h)} (\hat{Z}(s_j + t_j) - \hat{Z}(s_j))^2,$$

где $|t_j| \in [h(k-1), hk]$, $j = 1, \dots, N$, и $n(h)$ - число соответствующих пар точек,

$$\hat{Z}(s_j) = U(s_j) - f(s_j)' \hat{\alpha} \quad (3.3)$$

- обобщенные остатки. Рассмотрим сначала простейшую модель с нулевым трендом, $U(t) = Z(t)$ - гауссовский процесс. Тогда $E[g_k] = \gamma_k = \gamma(h_k)(1 + o(1)(1))$ при $n(h) \rightarrow \infty$, $h \rightarrow 0$ и более того,

$$v_k^2 = E[(g_k - \gamma_k)^2] = \frac{1}{4n(h)^2} \left(\sum_{i=1}^{n(h)} (\hat{Z}(s_j + t_j) - \hat{Z}(s_j))^2 - \gamma(h_k) \right)^2 +$$

$$\sum_{i \neq j}^{n(h)} ((\hat{Z}(s_j + t_j) - \hat{Z}(s_j))^2 (\hat{Z}(s_i + t_i) - \hat{Z}(s_i))^2 - \gamma(h_k)^2) (1 + o(1)(1)) \sim \frac{\gamma(h_k)^2}{n(h_k)},$$

при $n(h) \rightarrow \infty$, $h \rightarrow 0$. Следовательно, мы можем использовать оптимальные (в статистическом смысле) веса для НК-оценок $\gamma(h)$ и подобрать параметрическую модель,

$$\sum_{k=1}^N (\gamma(h_k) - g_k)^2 w_k = \sum_{k=1}^N (\gamma(h_k) - g_k)^2 / v_k = \sum_{k=1}^N (\gamma(h_k) - g_k)^2 \frac{n(h_k)}{\gamma(h_k)^2}.$$

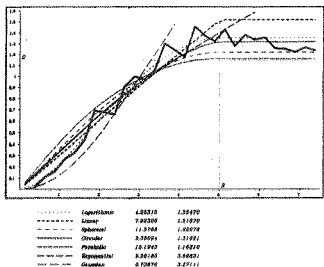


Рис. 1. Подбор вариограммы для логарифмической модели.

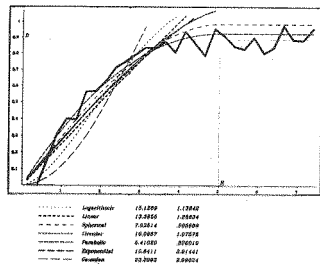


Рис. 2. Подбор вариограммы для параболической модели.

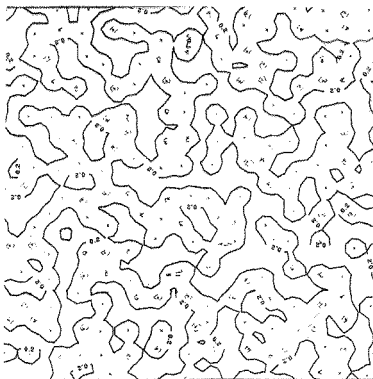


Рис. 3. Логарифмическая модель. Линии уровня для ошибки прогноза.

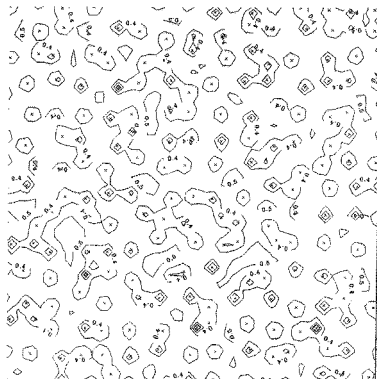


Рис. 4. Параболическая модель. Линии уровня для ошибки прогноза.

Веса v_k^2 зависят от оцениваемой вариограммы. В общем случае может быть применена простая итеративная процедура (итеративный МНК). Для демонстрации общего подхода, рассмотрим одно-параметрическую модель с заданным радиусом влияния ρ и $\gamma(h) = A_l \gamma_l(h)$, где $\gamma_l(h)$, $l = 1, \dots, 7$ - стандартные модели. Для оценки качества оценивания применим метод Монте-Карло:

1. Моделировалось гауссовское поле с нулевым средним на решетке (15×15 точек) для заданной вариограммы (200 реализаций). Для моделирования использовалась стандартная процедура GGNSM из библиотеки программ IMSL. Были выбраны логарифмическая $\gamma_1(h)$ и параболическая $\gamma_5(h)$ модели.

2. Вариограмма подбиралась оптимальным НК-методом. На рис. 1,

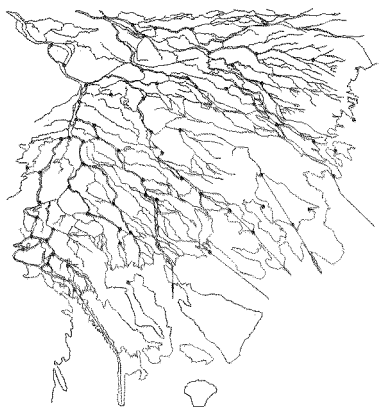


Рис. 5. Дельта Волги, Landsat, 1978

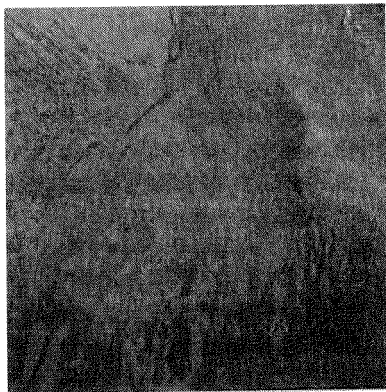


Рис. 6. Дельта Волги, NASA, 1996

2 показаны графики оцененных вариограмм $A_l\gamma_l(h)$ и интерполированная локальная вариограмма (толстая пунктирная линия) для данного радиуса для заданного радиуса влияния $\rho = 5$ для логарифмической $\gamma_l(h)$ и параболической $\gamma_5(h)$ модели. Эти результаты демонстрируют, что для обоих случаев модель распознается правильно (ближайшая на рисунке в соответствующей метрике).

3. Результаты кригинг аппроксимации (ошибки прогноза $MSE(t)$) показаны на Рисунках 3 и 4 соответственно для логарифмической и параболической моделей.

Совмещение и совместная интерпретация снимков дистанционного зондирования для одной и той же территории, но полученных с разных спутников и в разное время, - это очень важные задачи в науках о Земле и для экологического мониторинга (отслеживания и контроля) окружающей среды. В качестве иллюстрации и численного эксперимента кригинг-подход был применен к двум спутниковым снимкам района дельты Волги (Рис. 5 и 6).

На первом снимке были оставлены только основные речные протоки. Сначала были проведены оценивание параметров и подбор модели по Контрольным Наземным Точкам. Результат преобразования снимка 1978 года показан на Рис. 7. Этот результат совмещен с снимком 1996 года на Рис. 8. После преобразования первого снимка во второй, могут быть исследованы новые особенности и изменения за этот период в дельте Волги.

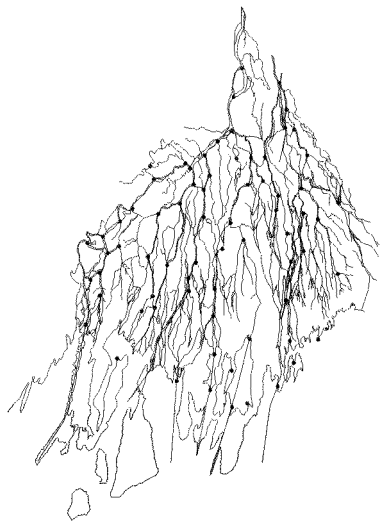


Рис. 7. Дельта Волги, Landsat, 1978. Результат преобразования

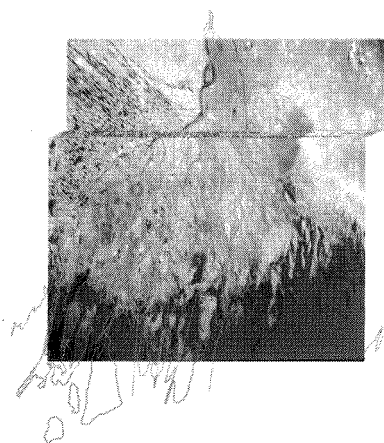


Рис. 8. Дельта Волги, (NASA, 1996) и трансформированный снимок, Landsat, 1978

Литература

1. Barendregt, L. G. (1987). The estimation of the generalized covariance when it is linear combination of two covariances. *Water Res.* **23**, 583-590.
2. Richards, J.A. (1986). *Remote Sensing Digital Image Analysis*. Springer, New York.
3. Cressie, N. (1991). *Statistics for Spatial Data*. John Wiley, New York.
4. Hjort, N. L., Omre, H. (1994). Topics in spatial statistics. *Scand. J. Stat.* **21**, 289-357.
5. Journel, A. G., Huijbregts, Ch. J. (1978). *Mining Geostatistics*. Academic press, London.
6. Matheron, G. (1963). Principles of geostatistics. *Econom. Geology* **58**, 1246-1266.
7. Matheron, G. (1989). *Estimating and Choosing*. Springer, Berlin.
8. Ripley, B.D. (1981). *Spatial Statistics*. J. Wiley, N.Y.
9. Родионов, Д. А. (1987). *Справочник по математическим методам в геологии*. Москва, Недра.
10. Sacks, J., Schiller, S. B., Welch, W. J. (1989). Designs for computer experiments. *Technometrics* **31**, 41-47.

-
11. Садовничий В.А., Мусин О.Р., Селезнев О.В., Новаковский Б.А. (1990). Компьютерный мониторинг окружающей среды с помощью дистанционного зондирования. Труды Конф. по Дист. Зонд. Земли и Водн. Ресур. Барнаул, 3-7.
 12. Sadovnichy, V.A., Antoniou, I, Belokurov, V.V., Grinchuk, M.I., Musin, O., Seleznev, O. V., Staroverov, V.M. (1997). Segmentation and Geometric Transformations of digital Images. Moscow Univ. Press.
 13. Shapiro, A., Botha, J. D. (1991) Variogram fitting with a general class of conditionally nonnegative definite functions. *Comp. Stat. Data Anal.*, **11**, 87-96.
 14. Venables, W. N., Ripley, B. D. (1995) *Modern Applied Statistics with S-Plus*. Springer.