

Спектральные свойства оператора Дирака на конечном отрезке с негладким потенциалом

А.М.Савчук, И.В.Садовнича

Мы рассмотрим оператор Дирака $L_{Q,U}$, порожденный дифференциальным выражением

$$l_Q = B \frac{d}{dx} + Q(x)$$

и краевыми условиями

$$U(\mathbf{y}) = \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} & u_{13} & u_{14} \\ u_{21} & u_{22} & u_{23} & u_{24} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1(0) \\ y_2(0) \\ y_1(\pi) \\ y_2(\pi) \end{pmatrix} = 0$$

в гильбертовом пространстве $\mathfrak{H} := L_2(0, \pi) \times L_2(0, \pi)$, где

$$B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, \quad Q(x) = \begin{pmatrix} q_1(x) & q_2(x) \\ q_3(x) & q_4(x) \end{pmatrix}, \quad \mathbf{y} = \begin{pmatrix} y_1(x) \\ y_2(x) \end{pmatrix},$$

а q_j являются комплекснозначными функциями пространства $L_p(0, \pi)$, $p \in [1, 2]$.

В докладе будет выписан общий вид регулярных и усиленно регулярных краевых условий. Будут сформулированы результаты об асимптотическом поведении фундаментальной системы решений уравнения $l_Q(y) = \lambda y$. Остаточные члены в асимптотических формулах имеют вид $\int_0^x q_j(t) \sin(2\lambda t) dt$ и $\int_0^x q_j(t) \cos(2\lambda t) dt$. На основе этих результатов будут получены асимптотические формулы для собственных значений и собственных функций оператора Дирака с потенциалом $q_j \in L_p(0, \pi)$, $p \in [1, 2]$. Будут сформулированы результаты о базисности Рисса системы собственных и присоединенных функций. Для случая $q_j \in L_2(0, \pi)$ и краевых условий Дирихле будет изучен вопрос о равномерной на всем отрезке равносходимости разложений функций пространства \mathfrak{H} в ряды по системам СПФ оператора L_Q и оператора L_0 .